地歴・公民・数学　104

2020年度　入学試験問題

日本史　世界史　政治・経済　数学

注　意

(1) 日本史、世界史、政治・経済、数学から1科目を選択し解答すること。

(2) 解答用紙は各科目別になっている。
選択しない科目の解答用紙は、試験開始30分後に回収する。
なお、回収後は科目の変更はできない。

(3) 解答用紙には受験番号の記入欄がそれぞれ次のようにある。
日本史…………3か所
世界史…………3か所
政治・経済……3か所
数　学…………表面に2か所、裏面に1か所、計3か所
各箇所とも正確、明瞭に記入すること。

(4) 解答用紙には氏名の記入欄が1か所ある。正確、明瞭に記入すること。

(5) 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入すること。

(6) 問題紙の余白は計算に使用してもよい。

(7) 問題紙を解体して使用してはならない。

(8) 試験開始後、問題紙に落丁・損傷がないか確認すること。

(9) 試験終了後、問題紙は各自持ち帰ること。

（記号 104 ）（科目名 世界史 ）

〔誤〕	→ 〔正〕
[I] P.19 上から7行目 体系化された	影響力を持った

（記号 104 ）（科目名 世界史 ）

〔誤〕	→ 〔正〕
[II] P.21 下から3行目 ⑤17世紀のはじめにオランダ、次いで	⑤その後オランダ、また

（記号 104 ）（科目名 政治・経済 ）

〔誤〕	→ 〔正〕
[III] P.37 上から12行目 また、2013年に	また、2012年に

数　　学

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ に適する数または式を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) 原点をOとする座標平面上に2点

$$\mathrm{P}(\cos\theta, \sin\theta),\ \mathrm{Q}(1+\sin\theta, \cos\theta)$$

がある。ただし，θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ である。

1) $t = \sin\theta - \cos\theta$ とすると，2点P, Q間の距離PQは t を用いて $\mathrm{PQ} = \boxed{\text{ア}}$ と表され，PQの最小値は $\boxed{\text{イ}}$ で，PQの2乗の最大値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

2) 3点O, P, Qが1つの直線上にあるような θ の値のうち，PQが最大となるときの θ の値は $\boxed{\text{エ}}$ である。

3) θ が $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で変わるとき，$\triangle$OPQの面積の最大値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(2) 2つの変量 x, y のデータが，n 個の値の組として，(x_i, y_i) $(i = 1, 2, \cdots, n)$ で与えられているとする。また，a, b $(ab \neq 0)$ を定数として，新たな変量 z を式 $z = ax + by$ で作り，3つの変量 x, y, z のデータを，n 個の値の組として，(x_i, y_i, z_i) $(i = 1, 2, \cdots, n)$ で与えることとする。ただし，$z_i = ax_i + by_i$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ である。x, y のデータの平均値をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$，分散をそれぞれ s_x^2, s_y^2 とし，x と y の共分散を s_{xy}，相関係数を r_{xy} とする。

1) z のデータの平均値 $\bar{z}$ は $a, b, \bar{x}, \bar{y}$ を用いて表すと $\bar{z} = \boxed{\text{カ}}$ となり，x と z の共分散 s_{xz} は a, b, s_x^2, s_{xy} を用いて表すと $s_{xz} = \boxed{\text{キ}}$ となる。

2) $r_{xy} = 0$ であるとき，x と z，y と z の相関係数をそれぞれ r_{xz}, r_{yz} とすると，$r_{xz}^2 + r_{yz}^2$ の値は $\boxed{\text{ク}}$ となる。

3) $s_x^2 = s_y^2 = 1$, $s_{xy} > 0$ であり，かつ，a と b が $a^2 + b^2 = 1$ を満たしながら $b > 0$ の範囲で変わるとき，z の分散 s_z^2 は $a = \boxed{\text{ケ}}$ で最大となり，最大値は r_{xy} を用いて $\boxed{\text{コ}}$ と表される。

〔 II 〕 座標平面上において，放物線 $y=x^2$ を C，関数 $y=-|x-2|+1$ のグラフを D とし，$a\,(a \geqq 0)$ を定数として直線 $y=a^2$ を L とする。放物線 C と直線 L で囲まれた部分の面積を $S_1(a)$，グラフ D と直線 L で囲まれた部分の面積を $S_2(a)$ とする。ただし，囲まれた部分が存在しない場合の面積は 0 とする。さらに，$S(a)=S_1(a)+S_2(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) L と D が共有点をもつときの a の値の範囲を求めよ。

(2) $S_1(a)$, $S_2(a)$ を a を用いてそれぞれ表せ。

(3) $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

〔 III 〕 $\triangle$OAB において，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。辺 OA 上に $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=c\vec{a}\ (0<c<1)$ となるように点 C をとり，辺 OB 上に $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=p\vec{b}\ (0<p<1)$ となるように点 P をとる。直線 AP と直線 BC の交点を Q，直線 OQ と直線 PC の交点を R とする。$\triangle$OAB の面積を 1，$\triangle$OPR の面積を S として，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, c, p を用いてそれぞれ表せ。

(2) $t=2-c-p$ とする。S を c, t を用いて表せ。

(3) 点 C を固定する。点 P が両端を除く線分 OB 上を動くときの S の最大値を c を用いて表せ。

(4) $p=\dfrac{1}{2}$ のときの点 R を点 U とする。点 P が両端を除く線分 OB 上を動くとき，点 R は直線 BU 上を動くことを示せ。