数　　学

〔Ⅰ〕次の $\boxed{}$ に適する数を，解答用紙の同じ記号の付いた $\boxed{}$ の中に記入せよ。

(1) 実数全体を定義域とする関数 $f(x) = -x + 5 - |x^2 - 6x + 5|$ を考える。$f(x) = 0$ を満たす x の値の和は $\boxed{\text{ア}}$ である。xy 平面において，曲線 $C: y = f(x)$ と x 軸とで囲まれた 2 つの部分の面積の和は $\boxed{\text{イ}}$ である。また，3 点 A$(1, 5)$，B$(5, 1)$，P$(t, f(t))$ を頂点とする △ABP の面積を $S(t)$ とする。区間 $1 \leqq t \leqq 5$ において，$S(t)$ は $t = \boxed{\text{ウ}}$ で最大値 $\boxed{\text{エ}}$ をとる。

(2) さいころを 3 回投げ，出た目の数を順に a, b, c とする。a, b, c を辺の長さとする以下のような三角形ができる目の出方が何通りあるかを考える。

1) $a = b = c$ の正三角形になるのは 6 通りある。
2) $a = b > c$ の二等辺三角形になるのは $\boxed{\text{オ}}$ 通りある。
3) $a > b = c$ の二等辺三角形になるのは $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。
4) $a > b > c$ の三角形になるのは $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。
5) 正三角形または二等辺三角形になるのは $\boxed{\text{ク}}$ 通りある。
6) 直角三角形になるのは $\boxed{\text{ケ}}$ 通りある。

三角形ができない目の出方は $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。

103

〔 II 〕 数列 $\{a_n\}$，$\{b_m\}$ を以下のように定める。

$$a_1 = \frac{1}{4},\ a_2 = 0,\quad a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

$$b_m = a_{3m} \quad (m = 1, 2, 3, \cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) a_3，a_4，a_5，a_6 を求めよ。

(2) b_{m+1} を b_m を用いて表せ。また，数列 $\{b_m\}$ の一般項を求めよ。

(3) M を正の整数とする。$S_{3M} = \displaystyle\sum_{n=1}^{3M} a_n$ を求めよ。

(4) $a_n > 2020$ を満たす n の最小値を求めよ。

〔 III 〕 △ABC の内接円を円 O とする。辺 BC 上に B, C とは異なる 2 点 L, M を，辺 CA 上に C, A とは異なる 2 点 N, P を，辺 AB 上に A, B とは異なる 2 点 Q, R を，直線 MN，直線 PQ，直線 RL がそれぞれ円 O に接し，MN//BA，PQ//CB，RL//AC となるようにとる。△ABC の面積を S とし，$a = \mathrm{BC}$，$b = \mathrm{CA}$，$c = \mathrm{AB}$，$k = a + b + c$ とおく。さらに，六角形 LMNPQR の 6 辺の長さの和を ℓ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 円 O の半径 r を S と k を用いて表せ。

(2) 線分 PQ の長さを a, b, c を用いて表せ。

(3) ℓ を a, b, c を用いて表せ。

(4) 六角形 LMNPQR の面積を T とおく。$\dfrac{T}{\ell}$ を S と k を用いて表せ。

(5) $a + b + c = 1$ を満たしながら a, b, c が変わるとき，ℓ の最大値とそのときの a, b, c の値を求めよ。